

บทที่ 2

แนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนโดยใช้กลวิธี STAR ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัย ตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์

1.1 ความจำเป็นในการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2 สาระหลักในคณิตศาสตร์

1.3 สาระการเรียนรู้

1.4 มาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ป.4 - ป.6)

1.5 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบ (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6)

1.6 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6

2. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.3 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.4 การสอนแก้โจทย์ปัญหา

2.5 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.6 กลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.7 ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.8 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.9 แนวทางการประเมินผลการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

3. กลวิธี STAR

3.1 ความเป็นมาของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

3.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

3.3 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ในการเรียนการสอน

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4.2 แนวทางการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

- 4.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 4.4 การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 4.5 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยในประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความจำเป็นในการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2552 : 1) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ

สาระหลักในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552 : 1 - 2)

จำนวนและการดำเนินการ : ความคิดรวบยอดและความรู้ลึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด : ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่างๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

เรขาคณิต : รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พีชคณิต : แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น : การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระการเรียนรู้

กระทรวงศึกษาธิการ (2552 : 2) ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ป.4 - ป.6)

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีสาระหลักในการเรียนรู้คือ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัย เลือกสาระที่ 4 พีชคณิต และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการดำเนินการวิจัย

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบ (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6)

1. มีความรู้ความเข้าใจและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง ร้อยละ การดำเนินการของจำนวน สมบัติเกี่ยวกับจำนวน สามารถ

แก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่ง และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ สามารถหาค่าประมาณของจำนวนนับและทศนิยมไม่เกินสามตำแหน่งได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม สามารถวัดได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ แก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป สามารถวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่มีตัว ไม่ทราบค่าหนึ่งตัวและแก้สมการนั้นได้

5. รวบรวมข้อมูล อภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น และตาราง และนำเสนอข้อมูลในรูปของแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเปรียบเทียบ และกราฟเส้น ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการคาดคะเนการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้

6. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กรมวิชาการ, 2551 : 4)

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า เมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนจะต้องมีคุณภาพ คือ มีความรู้ความเข้าใจและความรู้ลึกเชิงจำนวน ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร ความจุ เวลา เงิน ทิศ แผนที่ และขนาดของมุม ลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปวงกลม ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทรงกระบอก กรวย ปริซึม พีระมิด มุม และเส้นขนาน เข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้ ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้น และใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ตาราง 1 มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5	สาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
1. ใช้วิธีการที่หลากหลาย แก้ปัญหา	1. โจทย์ปัญหาการบวก 2. โจทย์ปัญหาการลบ	1. โจทย์ปัญหาการบวก 2. โจทย์ปัญหาการลบ
2. ใช้ความรู้ ทักษะและ กระบวนการทาง คณิตศาสตร์และ เทคโนโลยีในการ แก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้ อย่างเหมาะสม	3. โจทย์ปัญหาการคูณ 4. โจทย์ปัญหาการหาร 5. โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วน 6. โจทย์ปัญหาการลบเศษส่วน 7. โจทย์ปัญหาการคูณเศษส่วน 8. โจทย์ปัญหาการหารเศษส่วน 9. โจทย์ปัญหาการบวกทศนิยม 10. โจทย์ปัญหาการลบทศนิยม 11. โจทย์ปัญหาการคูณทศนิยม 12. โจทย์ปัญหาร้อยละ	3. โจทย์ปัญหาการคูณ 4. โจทย์ปัญหาการหาร 5. โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วน 6. โจทย์ปัญหาการลบเศษส่วน 7. โจทย์ปัญหาการคูณเศษส่วน 8. โจทย์ปัญหาการหารเศษส่วน 9. โจทย์ปัญหาการบวกทศนิยม 10. โจทย์ปัญหาการลบทศนิยม 11. โจทย์ปัญหาการคูณทศนิยม 12. โจทย์ปัญหาการหารทศนิยม
3. ให้เหตุผลประกอบการ ตัดสินใจและสรุปผล ได้อย่างเหมาะสม	13. โจทย์ปัญหาร้อยละกับ การซื้อขาย 14. การหาร้อยละ	13. โจทย์ปัญหาร้อยละ 14. โจทย์ปัญหาร้อยละกับ การซื้อขาย 15. การหาร้อยละ 16. โจทย์ปัญหาร้อยละกับ ดอกเบี้ย
4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ในการ สื่อสาร การสื่อ ความหมาย และการ นำเสนอได้อย่างถูกต้อง และเหมาะสม		
5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์ กับศาสตร์อื่น		

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5	สาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
6. มีความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์		

จากตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้แกนกลางข้างต้น ผู้วิจัยเลือกโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
ที่นักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6 มีเนื้อหาเหมือนกัน ตรงกันในเรื่องเดียวกันทั้งสองชั้นเรียน

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบซึ่งผู้ตอบต้องใช้
ความรู้ ประสบการณ์ และทักษะในการแก้ปัญหา ได้มีนักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมาย
ของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

เฮนเดอร์สัน และพิงกรี (Henderson and Pingry. 1973 : 228) กล่าวว่า โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบเป็นปริมาณหรือจำนวน
ซึ่งผู้แก้ปัญหาคือผู้แก้ปัญหาได้ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสมกับสภาพของปัญหา ใช้ความรู้และ
ประสบการณ์ประกอบการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหานั้น

อดัม และคณะ (Adam and et al. 1977 : 176) ได้ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
คือ โจทย์ภาษา (Word Problem) หรือโจทย์เรื่องราว (Story Problem) หรือโจทย์เชิงถ้อยคำบรรยาย
(Verbal Problem) นั่นคือโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการบรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำ หรือ
ข้อความและตัวเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ผู้แก้ปัญหาคือผู้แก้ปัญหานั้น
วิธีการใดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

ครุยส์แซงค์ และเชฟฟีลด์ (Cruikshank and Sheffield. 1992 : 37) ได้กล่าวถึงโจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ไว้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับ
คณิตศาสตร์แต่ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหา
เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่เกี่ยวข้องกับ
จำนวนก็ได้

ยุพิน พิพิธกุล (2539 : 82) ได้กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่ยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการพิสูจน์ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่จะถูกนำมาใช้ เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2543 : 2) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 10) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งการแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

วิชัย พาณิชยสว (2546 : 9) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะต่าง ๆ ที่มีอยู่เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา หรือสถานการณ์นั้นอย่างเป็นกระบวนการ

อัญชลา โชติวุฒิเดชา (2553 : 46) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยต้องใช้ทักษะในการคิดหาคำตอบ และการตัดสินใจที่จะแก้ปัญหาตามขั้นตอนด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้คำตอบอย่างถูกต้อง

จากความหมายข้างต้นสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบมีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่ต้องค้นหาความจริง โดยต้องใช้ทักษะ ความรู้ ประสบการณ์ในการคิดหาคำตอบ และการตัดสินใจที่จะแก้ปัญหายังเป็นระบบและตามขั้นตอนด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์

ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีนักวิชาการหลายท่านได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

โพลยา (Polya, 1973 : 154 - 156) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหา ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์เพื่อให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการหรือหาเหตุผลก็ได้ ลักษณะของปัญหาจะประกอบไปด้วย 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการให้หา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการให้หา กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็น 3 ส่วน จะช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น ทำให้สามารถกำหนดแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) ลักษณะของปัญหาประเภทนี้ มีจุดประสงค์เพื่อให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนประกอบของปัญหาประเภทนี้ จะประกอบไปด้วย 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน สิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป การแยกส่วนประกอบของปัญหาออกเป็น ส่วน ๆ ทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น และสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา หรือการพิสูจน์ได้รวดเร็วขึ้น

ชาร์ล และเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6 - 10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหาตามเป้าหมายของปัญหาดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขึ้นตอน วิธีและการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความง่าย (Simple Translation) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษา เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มันเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจ โนมิตทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาหรือข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่ายแต่เพิ่มปัญหาเป็น 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 วิธีที่ดำเนินการ
4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา และการเน้นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ
5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบประเมินผล และแปลผล เพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหามีได้ใช้ทักษะกระบวนการ มโนคติ และแก้ปัญหาเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

อัชล็อก และคณะ (Ashlock and et al. 1983 : 239) ได้แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือ หรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (Standard Text or Translation Problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัวไม่ยุ่งยากนัก

2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (Process Problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่าง ๆ ที่ยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้นตอน คือ

2.1 การทำความเข้าใจปัญหา

2.2 การพัฒนาและการหาวิธีในการแก้ปัญหา

2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

พิสมัย ศรีอำไพ (2533 : 75) ได้กล่าวถึง ชนิดของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มี 4 ชนิด คือ

1. ปัญหาชั้นเดียว เป็นโจทย์ปัญหาที่ทุกคนคุ้นเคยอยู่แล้ว การแก้ปัญหาแบบนี้มักใช้วิธีการบวก ลบ คูณ หารธรรมดา

2. ปัญหาหลายชั้น เป็นโจทย์ปัญหาซึ่งสามารถแก้ได้โดยการกระทำเบื้องต้นตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป หรือจะใช้การกระทำชนิดเดิมแต่ซ้ำกันหลาย ๆ ครั้งก็ได้

3. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นโจทย์ปัญหาต้องใช้ความคิดที่เป็นเหตุผลช่วยในการแก้ปัญหา โดยใช้กลยุทธ์หลาย ๆ แบบ เช่น มองหารูปแบบ วาดรูป สร้างสมการ และอื่น ๆ โดยทั่วไปปัญหาเหล่านี้จะไม่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการบวก ลบ คูณ และหาร ธรรมดา

4. ปัญหาชั้นเดียวกับการประยุกต์ เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเก็บข้อมูล และตัดสินใจเองในการที่จะหาผลเฉลยของปัญหา อาจใช้กลยุทธ์หลายอย่าง ปัญหาเหล่านี้จะสะท้อนให้เห็นสถานการณ์จริงและอาจจะไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 66) ได้กล่าวถึง การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาที่สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือเป็นเท็จ

2. การแบ่งประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามustประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

วิชัช พาณิชยสว (2546 : 10) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทดังนี้

1. โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน (Standard Textbook Problems)

เป็นโจทย์ปัญหาที่พบเห็นอยู่ทั่วไปในหนังสือเรียน ซึ่งใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ ลักษณะเด่นของโจทย์ปัญหาประเภทนี้คือ สามารถหาคำตอบด้วยวิธี และลำดับขั้นตอนที่ใช้อยู่เป็นประจำ โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนเกือบทั้งหมดเป็นโจทย์ปัญหาย่อย (Routine Problems)

โจทย์ปัญหาย่อย เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่เด็กเคยเห็นเคยเรียนจนคุ้นเคย สามารถหาคำตอบด้วยวิธีที่เป็นข้อกำหนดกฎเกณฑ์เดิม ๆ โดยผู้เรียนจะแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคำนวณหาคำตอบได้ทันที โจทย์ปัญหาย่อยนี้อาจเป็นโจทย์ปัญหาชั้นเดียว หรือโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอนก็ได้ โจทย์ปัญหาประเภทนี้ผู้เรียนหาคำตอบได้โดยไม่จำเป็นต้องใช้ความสามารถใด ๆ ที่เปลี่ยนแปลงใหม่ไปจากเดิม

2. โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (Process Problems)

โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่จำเจ ผู้เรียนไม่สามารถหาคำตอบได้โดยการแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคิดคำนวณหาคำตอบตามวิธีที่ใช้อยู่เดิม ๆ แต่ผู้เรียนจะต้องวางแผนการนำกลวิธีมาใช้ในการแก้ปัญหา โจทย์ประเภทนี้อาจเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของบุคคล หรือเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาอื่น ๆ และบางครั้งคำตอบของโจทย์ปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ และเป้าหมายของปัญหา ผู้เรียนจะต้องมีทักษะและประสบการณ์วางแผนในการคิดแก้ปัญหา

ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความคิดเห็นเกี่ยวกับลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 79) ได้ให้ความคิดเห็นว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้ คือ

1. ภาษาที่ใช้เข้าใจง่าย
2. ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด

3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้น ๆ
5. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
6. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
7. สามารถใช้การวาดแผนภาพไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
8. ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยจากประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาก่อน
9. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์ และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นกระบวนการที่สำคัญทางความคิด
10. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 90) ได้ให้แนวคิดถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีที่จะนำมาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ควรมีลักษณะดังนี้

1. ทำทายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไป นักเรียนอาจท้อถอยที่จะแก้ได้สำเร็จ
2. สภาพการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน สภาพการณ์ของปัญหาเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ นอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ได้ก็ดีมาก
3. แปลกใหม่ ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน
4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด
5. ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี จะต้องไม่ยากหรือง่ายเกินไป ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมถูกต้อง เข้าใจง่าย ข้อมูลต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง นักเรียนคิดหาคำตอบได้หลายวิธี คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล และต้องส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความรู้ในการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล

การสอนแก้โจทย์ปัญหา

การสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการหลายท่านได้หลักการไว้ ดังนี้

สุวรรณ กาญจนมธุร (2533 : 3 - 4) ได้กล่าวถึง เทคนิคการสอนทักษะการแก้โจทย์ปัญหาว่า ครูผู้สอนจะต้องฝึกนักเรียนให้มีความสามารถในเรื่องต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ภาษา ได้แก่

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้องไม่ว่าจะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียงทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านข้อความของโจทย์ปัญหาแล้วสามารถแบ่งข้อความของโจทย์ได้ว่า ตอนใดเป็นข้อความของสิ่งกำหนดให้และข้อความตอนใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

1.2 รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำถูกต้องตามเจตนาของโจทย์ปัญหานั้นผู้สอนจำเป็นต้องอธิบายความหมายของคำต่าง ๆ ให้นักเรียนทราบอย่างชัดเจนตลอดเวลาที่สอนคำใหม่ และทบทวนความหมายของคำที่เรียนไปแล้วเสมอ

2. ความเข้าใจ ได้แก่

2.1 ทักษะจับใจความ กล่าวคือ อ่านโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ครั้งแล้วสามารถจับใจความได้ว่า เรื่องอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

2.2 ทักษะตีความ คือ อ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถตีความและแปลความได้ เช่น แปลความในใจโจทย์มาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวก การลบ การคูณ การหารได้

2.3 ทักษะแปลความ คือ จากประโยคสัญลักษณ์ที่แปลความมาจากโจทย์ปัญหานั้นสามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ในลักษณะเดียวกันได้อีกหลายโจทย์ปัญหา

3. การคิดคำนวณ ได้แก่

3.1 ทักษะการบวกจำนวน

3.2 ทักษะการลบจำนวน

3.3 ทักษะการคูณจำนวน

3.4 ทักษะการหารจำนวน

3.5 ทักษะการยกกำลัง

3.6 ทักษะการแก้สมการ

นักเรียนจะต้องมีทักษะต่าง ๆ ดังกล่าวนี้เป็นอย่างดี คือ สามารถบวกจำนวนได้ถูกต้องลบจำนวนได้แม่นยำ และคูณ หาร ยกกำลังจำนวนต่าง ๆ ได้รวดเร็ว

4. การย่อความและสรุปความได้ครบถ้วนชัดเจน คือ ขั้นตอนแสดงวิธีทำ นักเรียนจำเป็นต้องฝึกทักษะ ดังต่อไปนี้

4.1 ทักษะในการย่อความ เพื่อเขียนข้อความจากโจทย์ปัญหาในลักษณะย่อความให้ได้ครบ ชัดเจน ครบถ้วนตามประเด็นสำคัญ

4.2 ทักษะในการสรุปความ หมายถึง สามารถสรุปความจากสิ่งกำหนดให้มาเป็นความรู้ใหม่ได้ถูกต้อง

5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่

5.1 ฝึกทักษะจากการแปลความ

5.2 ฝึกทักษะตามตัวอย่าง

5.3 ฝึกทักษะจากหนังสือเรียน

เนอร์โบฟวิ่ง และคลอสเมเยอร์ (Nerboving and Klausmeier, 1974 : 238 - 241) กล่าวว่าวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหา พอสรุปได้ 4 วิธี คือ

1. วิธีสอนแบบค้นพบ (Discovery Teaching) เป็นวิธีที่เน้นให้นักเรียน มีอิสระที่จะซักถามเลือกข้อมูลที่เป็นเมื่อตอบคำถาม โดยไม่จำเป็นต้องมีครูสอน จุดเด่นของวิธีนี้ คือก่อให้เกิดแรงจูงใจมาก

2. วิธีสอนโดยการอธิบาย (Expository Teaching) เป็นวิธีที่ครูเป็นผู้ควบคุมการสอน มุ่งป้อนความรู้ในเรื่องของมโนคติหรือทักษะ โดยที่ครูจะอธิบายว่าจะค้นหาคำตอบได้อย่างไร และครูเป็นผู้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

3. วิธีสอนแบบค้นพบ โดยครูเป็นผู้ชี้แนะ (Directed Discovery Teaching) เป็นวิธีสอนที่ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก โดยจัดโครงสร้างและลำดับของประสบการณ์ในการเรียนรู้ให้นักเรียน ครูอาจสร้างปัญหาต่าง ๆ ซึ่งช่วยให้นักเรียนพัฒนาเทคนิคการแก้ปัญหาของตนเอง

4. วิธีผสมผสาน (Combination Method) เป็นวิธีที่ผสมผสานวิธีการสอนทั้งสามวิธีข้างต้น

หลักการการสอนแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า การสอนแก้โจทย์ปัญหา ครูผู้สอนต้องสอนทักษะต่าง ๆ ให้แก่นักเรียน ได้แก่ ทักษะการอ่าน การเลือกใช้คำ การจับใจความ การตีความ การแปลความ การคิดคำนวณ การย่อความและสรุปความ และทักษะการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนต้องอ่านโจทย์หลาย ๆ ครั้ง ให้เข้าใจชัดเจน สามารถตีความและแปลความได้ และสรุปความได้ครบถ้วนชัดเจน จับใจความให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไร

กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1973 : 40) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบ จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วใช้ความรู้ประกอบกับประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาในการวางแผนเพื่อให้ได้วิธีการในการหาคำตอบของปัญหา

3. ขั้นตอนการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือกระทำตามแผนที่วางไว้ จนได้คำตอบของปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาขั้นตอนต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาว่าครบถ้วน ถูกต้องทุกขั้นตอนหรือไม่ และคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่

ครูลิก และเรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 280 - 281) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ นั้นมีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมานั้นเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามนั้นคืออะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม เพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

ทรูมมัน และลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995 : 4 - 7) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา 6 ขั้นตอน ซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำเข้าใจปัญหา คือ การตั้งคำถามถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในการแก้ปัญหามากมาย แผน เป็นสิ่งที่มีประโยชน์เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผน ที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อเสนอแนะให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาอย่างรอบคอบ ในปัญหาที่มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหาก็สามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วนแล้วนำมาประกอบกันจะทำให้งานสำเร็จลุล่วงเร็วและมีความสมบูรณ์

4. ประเมินแผนและคำตอบในขั้นตอนนี้ดำเนินการ โดย

- 4.1 พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือมีความสมจริงหรือไม่
- 4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหา
- 4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่โดยวางแผนใช้วิธีการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้
- 4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อน ๆ

5. ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย

- 5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม
- 5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ว่าผู้แก้ปัญหามองจะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตร

ในการหาคำตอบ

6. บันทึกการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะจดบันทึกการทำงานของเขาไว้เพื่อที่จะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิดร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ควรจดบันทึกได้แก่

- 6.1 แหล่งของปัญหา
- 6.2 ตัวปัญหาที่กำหนด
- 6.3 แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ
- 6.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นจะนำมาใช้หรือสามารถนำมาใช้
- 6.5 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547 : 17) ได้สรุปกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง
2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหานั้น ๆ พิจารณาถึงเหตุและหนทางที่จะแก้ปัญหา
3. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการหายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจมีความจำเป็นต้องใช้การคำนวณช่วย
5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด จำนวนถูกต้องหรือไม่ คำตอบน่าเชื่อถือเพียงใด

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (2538 : 55) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหา พิจารณาว่าปัญหานั้นต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ ช่วย เช่น การเขียนรูปภาพ หรือแผนภูมิ
2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใดจะแก้ได้อย่างไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้นผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติงานกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่
4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาเพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาว่ามีวิธีแก้ปัญหอย่างอื่นอีกหรือไม่ พิจารณาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาก็จะรัดกุม ชัดเจน เหมาะสมดีขึ้นกว่าเดิม

นวนน้อย เจริญผล (2542 : 38) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งพัฒนามาจากหลักของ George Ploy นักคณิตศาสตร์ผู้มีชื่อเสียงทางด้าน Mathematical Discovery เพื่อเป็นแนวทางให้ครูนำไปประยุกต์ใช้โดยฝึกให้นักเรียน ได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาเป็นขั้น ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์อย่างระมัดระวังและตัดสินใจว่าโจทย์ถามอะไร

ขั้นที่ 2 เลือกตัวแปรและพิจารณาความจริงใจที่โจทย์กำหนดให้เพื่อโยงไปสู่สิ่งที่โจทย์ถาม

ขั้นที่ 3 เขียนสมการโดยอาศัยความจริงตามที่โจทย์กำหนด

ขั้นที่ 4 แก้สมการ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบโดยแทนค่าในโจทย์

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 96 - 97) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ผู้เรียนต้องแยกแยะว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือโจทย์ถามอะไร หรือโจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร

2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ซึ่งผู้เรียนต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้ หลักการ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้แล้วมาใช้ เช่น การเขียนภาพลายเส้น การเขียนตาราง แผนภาพ ช่วยในการแก้ปัญหา บางครั้งในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดา คำตอบมาประกอบด้วย

3. การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งอาจใช้ทักษะการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การพิสูจน์

4. การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ มีวิธีการอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ ตลอดจนการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : ไม่ปรากฏเลขหน้า) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กนักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ ต้องทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์โจทย์ปัญหาให้ได้ วางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ลงมือปฏิบัติตามที่วางแผนไว้ และตรวจสอบคำตอบ

กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นที่ยอมรับและได้รับความนิยมอย่างสูงคือ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957 : unpage) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) โดยนักเรียนต้องพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูล อะไรคือสิ่งไม่รู้ อะไรคือเงื่อนไขของปัญหา ปัญหาต้องการให้หาอะไร คำตอบของปัญหาอยู่ในรูปแบบใดแล้วยังต้องพิจารณาถึงเงื่อนไขที่ให้ว่าเพียงพอจะแก้ปัญหาหรือไม่ มากเกินความจำเป็นหรือขัดแย้งกันเองหรือไม่

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากเพราะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคด้วยวิธีใด แก้อย่างไร ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่มีในปัญหา ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้กับที่ไม่รู้ ถ้าหาความเชื่อมโยงไม่ได้ ก็อาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้ เคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ รู้ว่าปัญหามีความสัมพันธ์กับอะไรหรือไม่ และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานี้หรือไม่ พิจารณาสถานการณ์ที่ไม่รู้ในปัญหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้อยู่เหมือนกันหรือคล้ายกันโดยพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคที่คุ้นเคยมาใช้กับปัญหาคที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่ ควรอ่านปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน ตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ เพิ่มเติมรายละเอียดที่จำเป็นเพื่อความชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งพบคำตอบหรือพบวิธีการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นการตรวจสอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมา เพื่อความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณายังมีคำตอบอื่น หรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ อีกหรือไม่ แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจน และเหมาะสม ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้ยังอาจปรับเปลี่ยนบางเงื่อนไข เพื่อหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

ทิสนา เขมมณี (2548 : 46) ได้กล่าวถึง วิธีการแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 สังเกต โดยให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น ๆ

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ โดยให้นักเรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

ขั้นที่ 3 สร้างทางเลือก โดยให้นักเรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่มและควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ นักเรียนด้วย

ขั้นที่ 4 เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก โดยนักเรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงาน เพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

ขั้นที่ 5 สรุป โดยนักเรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเองซึ่งอาจจัดทำในรูปของรายงาน

เรย์ และคณะ (Reys and et al. 2004 : 112) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ คือ

1. ปฏิบัติเพื่อออกไปจากปัญหา (Act it Out) เป็นกลวิธีที่นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหามาจากสถานการณ์นั้น
2. ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a Drawing or Diagram) เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้
3. ค้นหาแบบรูป (Look for a Pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวนหรือรูปภาพที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา
4. สร้างตาราง (Construct a Table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบของตารางช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้

5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify all Possibilities) กลวิธีนี้มักใช้ร่วมกับกลวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง

6. เดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นการคาดเดาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหามั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่

7. ทำย้อนกลับ (Work Backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูลสุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม

8. เขียนประโยคเปิด (Write an Open Sentence) เป็นการศึกษาหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทนาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ

9. แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a Simpler or Similar Problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือคล้ายคลึงกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิม แล้วนำวิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคล้ายกันไปแก้โจทย์ปัญหาคำเดิม

10. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change Your Point of View) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาทีละตอน ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550 : 47) ได้กล่าวถึง ยุทธวิธีของการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหาวกำหนดให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาใช้เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาว แล้วตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาครั้งแรก ๆ ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบในการเดาครั้งต่อไปที่มีความชัดเจนขึ้นและเข้าถึงคำตอบของปัญหาวได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดาเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีประมาณคำตอบ

ในปัญหาวที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ เมื่อกำหนดแนวทางและวิธีการคิดคำนวณได้แล้ว ในการหาคำตอบอาจใช้การประมาณค่าจำนวนต่าง ๆ ให้มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มหน่วยจำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย หรือจำนวนเต็มอื่น ๆ แล้วแต่กรณี แล้วประมาณคำตอบจากการคิดคำนวณอย่างคร่าว ๆ ซึ่งสามารถดำเนินการได้ค่อนข้างรวดเร็วกว่าการคิดคำนวณตรง ๆ บันทึกคำตอบที่ได้จากการประมาณนี้ไว้ คำตอบที่ได้จากการประมาณจะช่วยให้นักมองเห็นภาพของคำตอบที่ต้องการและสามารถนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากการคำนวณตามปกติเพื่อตรวจสอบ

ความเป็นไปได้ของคำตอบ และในปัญหาบางปัญหา ผลจากการประมาณคำตอบสามารถนำมาใช้เป็นข้อมูลในการหาคำตอบที่ต้องการได้

3. ยุทธวิธีเขียนภาพหรือแผนภาพ

ศักยภาพในการแก้ปัญหานักเรียนมีข้อจำกัดจนกระทั่งเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็กค่อนข้างจะมีความยากลำบากในการใช้สัญลักษณ์เพื่อแก้ปัญหา ทางเลือกที่ดีทางหนึ่งที่เป็นรูปธรรมมากกว่าคือ การใช้ภาพและแผนภาพสำหรับเด็กเล็กสามารถใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้นสิ่งที่แทนด้วยรูปภาพและแผนภาพจะเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์ การเขียนภาพหรือแผนภาพช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

4. ยุทธวิธีสร้างตัวแบบ

ตัวแบบพบอยู่มากมายในคณิตศาสตร์ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาคู่ขนานและไม่ใช่คู่ขนาน นักเรียนควรจะได้รับภาระกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสมในการทำความเข้าใจและกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา เราสามารถใช้สิ่งต่าง ๆ ในการสร้างตัวแบบของสถานการณ์ปัญหา

5. ยุทธวิธีลงมือปฏิบัติ

การลงมือทำเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาประเภทหนึ่งที่เป็นไปตามธรรมชาติ โดยปกติอาจทำคร่าว ๆ ก่อน ไม่เน้นความละเอียดและประณีต เพื่อให้เห็นภาพรวมของงานที่ทำ เป็นยุทธวิธีที่ดีที่ทำให้นักเรียนได้คิดผ่านการกระทำและทำให้มองเห็นภาพของสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย

6. ยุทธวิธีแจกแจงรายการหรือการสร้างตาราง

การแจกแจงรายการเป็นการนำเสนอสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ได้แก่ ข้อมูลที่กำหนดกรณีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากข้อมูลที่กำหนด โดยนำเสนอให้เป็นระบบ มีระเบียบ ครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเสนอซ้ำซ้อน อาจนำเสนอในรูปตาราง เพื่อให้การพิจารณาใช้ประโยชน์จากข้อมูลทำได้สมบูรณ์ การแจกแจงรายการอาจนำเสนออย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อมีกรณีต่าง ๆ ที่จะนำเสนอมีจำนวนจำกัดหรืออาจนำเสนอเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบของปัญหาก็ได้

7. ยุทธวิธีสร้างตาราง

เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบมีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงในตารางช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ การใช้ยุทธวิธีสร้างตารางในการแก้ปัญหามathematics มีประเด็นที่ควรพิจารณา ดังนี้

7.1 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

7.2 สร้างตารางเพื่อแสดงกรณีที่ที่เป็นไปได้บางกรณี

7.3 สร้างตารางเพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด (หรือมากกว่า)

7.4 สร้างตารางเพื่อค้นหาัยทั่วไปของความสัมพันธ์

8. ยุทธวิธีค้นหาแบบรูป

แบบรูปเป็นสิ่งที่ปรากฏอยู่ในธรรมชาติและเป็นสิ่งที่มีมนุษย์สร้างขึ้น แบบรูปเป็นสาระสำคัญที่เด่นชัดในคณิตศาสตร์ การค้นหาและการใช้แบบรูปสามารถประยุกต์ได้อย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เด็กเล็ก ๆ สามารถค้นหาและพรรณนาแบบรูปได้จากการร้อยลูกปัด การเล่นไม้บล็อก ในระดับประถมศึกษาเด็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของจำนวน เช่น 2, 4, 6, 8, ... ; 30, 27, 24, 21, ... นักเรียนที่มีวุฒิภาวะสูงกว่าจะทำกิจกรรมเกี่ยวกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและมีความซับซ้อนได้ดีกว่า

9. ยุทธวิธีเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมองดูเหมือนว่าเป็นแนวทางการคิดมากกว่าที่จะเป็นยุทธวิธี ยุทธวิธีนี้บางทีเรียก “หยุดคิดก่อน” (Breaking Out) เพราะว่าผู้แก้ปัญหา ต้องหยุดคิดมองปัญหาให้รอบด้านหาวิธี หามุมมองของปัญหาใหม่ ซึ่งอาจแปลกแยกไปจากวิธีปกติธรรมดา

10. ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

เมื่อเผชิญกับปัญหา สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหามักกระทำคือ การพิจารณาว่าปัญหานี้คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเป็นปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน หรือมีบางส่วนของปัญหาคลายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อน ผู้แก้ปัญหามองถึงวิธีการหรือยุทธวิธีที่เคยใช้แล้วพิจารณาเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่

11. ยุทธวิธีทำปัญหาให้ง่ายหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ปัญหาบางปัญหามองเหมือนเป็นปัญหาใหม่ อาจเป็นด้วยขนาดของจำนวนหรือความซับซ้อนของปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายลงจะช่วยให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาก็ทำได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาได้ง่าย คือการแบ่งปัญหาวออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง การทำปัญหาให้ง่ายสามารถนำมาใช้เพื่อให้สามารถค้นหาแบบรูปของคำตอบได้

12. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร

การแก้ปัญหด้วยวิธีนี้กระทำโดยสมมติตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้นแล้วพิจารณาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้น ปัญหาบางปัญหาสามารถสร้าง

ความสัมพันธ์ในรูปสมการที่สอดคล้องกับปัญหาได้ การแก้ปัญหาลักษณะนี้ทำโดยแก้สมการ แล้วพิจารณาความเป็นไปได้จากคำตอบของสมการนั้น

13. ยุทธวิธีให้เหตุผล

การให้เหตุผลในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนด ในปัญหาผนวกกับข้อความรู้ที่ทราบมาก่อนเป็นเหตุบังคับไปสู่ผลซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา และ มักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

14. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ

ยุทธวิธีทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหา โดยที่การแก้ปัญหามีขึ้นจากสิ่งที่เป็นปัญหาคำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการ ทำให้ค่อนข้างยาก แต่ว่าการเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหาคำหนดให้ทำได้ง่ายกว่า เป็นยุทธวิธีที่มีคุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นวิธีการที่ชาญฉลาดในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผล เป็นยุทธวิธีที่ใช้การคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ

ในการแก้ปัญหานั้น ขั้นตอนที่ดีถือว่ามีความสำคัญมากคือ การวางแผนเป็นขั้นตอน ที่บุคคลผู้แก้ปัญหามันจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้ากับ ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งถ้า บุคคลที่ได้รับการฝึกฝนอยู่เสมอจนมีทักษะในการแก้ปัญหานั้นเพียงพอ เมื่อเผชิญกับปัญหาก็จะ สามารถนำประสบการณ์ที่สั่งสมออกมาปรับใช้ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ของปัญหา

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหานั้นมีหลากหลายวิธีแต่ละวิธีอาจจะ เหมาะสมกับบางปัญหาแต่อาจจะไม่สามารถใช้ได้กับบางปัญหา ผู้แก้ปัญหามันต้องมีความเข้าใจ ในปัญหาและกลวิธีต่าง ๆ อีกทั้งต้องเลือกกลวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาของตนเองจึงจะประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้น

ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน นั้นเป็นสิ่งสำคัญ เพราะจะทำให้ทักษะหรือความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนเป็นไปตามความคาดหวังและจุดประสงค์ในการเรียนการสอน มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียน ดังนี้

อดัม และคณะ (Adam and et al. 1977 : 174 - 175) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ไว้ 3 ด้าน คือ

1. สถิติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหามีจำเป็นต้องใช้ความคิดระดับสูง สถิติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้โจทย์ปัญหา องค์ประกอบด้านสถิติปัญญาที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบทางปริมาณและองค์ประกอบทางภาษา ซึ่งนักเรียนอาจจะมีความสามารถทางด้านสถิติปัญญาไม่ครบทั้ง 2 องค์ประกอบ

2. การอ่าน (Reading) การอ่านเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญห เพราะการแก้โจทย์ปัญหาต้องอาศัยการอ่านอย่างวิเคราะห์ ซึ่งช่วยในการตัดสินใจว่าควรทำอะไร และทำอะไร

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic Skill) หลังจากทีวิเคราะห์ปัญหาแล้ว ในขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหานั้น ต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณซึ่งนักเรียนต้องมีทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับการคำนวณ เรื่อง การบวก ลบ คูณและการหาร ซึ่งสามารถช่วยในการหาคำตอบได้

ฮัดกินส์ (Hudgins, 1977 : 248) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสรุปได้ ดังนี้

1. ความเข้าใจในธรรมชาติของปัญหา นักเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาไม่ได้มักไม่เข้าใจว่า โจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง และมักเชื่อมั่นกับเหตุผลและวิธีคิดของตนเองมากเกินไป ในทางตรงกันข้ามผู้แก้ปัญหาก็ดีเป็นผู้ที่เข้าใจว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง รวมทั้งไม่ยึดมั่นหรือเชื่อมั่นกับความคิดของตนเอง ให้ถือเอาสาระสำคัญและข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เป็นปัจจัยพื้นฐานในการหาแนวทางหรือวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2. ความเข้าใจในกระบวนการคิดที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ผู้แก้ปัญหาก็ดีมักมีความคิดที่ลึกซึ้ง รู้จักการคิดวิเคราะห์

3. วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญห ผู้แก้ปัญหาก็ดีจะมีวิธีการแก้ปัญห ดังนี้

3.1 มีการขยายความคิดที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยมีการคิดที่รอบคอบ ใช้ความพยายามสูงเพื่อความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา

3.2 มีการคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ รู้จักแบ่งโจทย์ปัญหาออกเป็นตอน ๆ และใช้ความรู้แก้โจทย์ปัญหาทีละตอนจนได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

3.3 มีการใช้เหตุผลในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งช่วยให้เกิดความเข้าใจและสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

จากข้อความข้างต้น สรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ สถิติปัญญา การอ่านและทักษะพื้นฐานในการแก้โจทย์ปัญหา

องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นอกจากกระบวนการแก้ปัญหาก็มีความสำคัญแล้ว ยังมีองค์ประกอบอื่น ๆ ที่จะทำให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพสำเร็จ ได้มีนักการศึกษากล่าวถึง องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ซาเลสกี (Zalewski, 1978 : 2804-A) ได้ศึกษาองค์ประกอบที่จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
2. ความสามารถในการจัดทำ
3. ความสามารถในการอ่านและตีความ
4. การมีความคิดรวบยอดในทางคณิตศาสตร์
5. การมีทักษะในการคำนวณ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 31 - 33) ได้เสนอองค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเน้นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา และส่งผลโดยตรงในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา
2. ทักษะในการแก้ปัญหา
3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล
4. แรงขับ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์
5. ความยืดหยุ่น ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย
6. ความรู้พื้นฐาน
7. ระดับสติปัญญา
8. การอบรมเลี้ยงดู
9. วิธีการสอนของครู

สุวรรณ กาญจนมยุร (2533 : 50 - 51) ได้เสนอแนะว่า การที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้และประสบการณ์ทั้งหมดที่ตนมีอยู่ไปใช้วิเคราะห์หาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้นั้น จะต้องอาศัยองค์ประกอบหลายประการ เช่น

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับภาษา ครูผู้สอนต้องฝึกนักเรียนให้มีความสามารถในการเรื่องต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- 1.1 ทักษะการอ่าน
- 1.2 ทักษะในการเก็บความเข้าใจ
- 1.3 เลือกใช้ความหมายของคำถูกต้อง

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นดีความและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหา ครูผู้สอนจะต้องฝึกฝนนักเรียนให้มีความสามารถในการเรื่องต่อไปนี้

2.1 ทักษะการจับใจความ

2.2 มีทักษะตีความหมายและแปลความหมาย

2.3 มีทักษะในการแต่งหรือสร้างโจทย์ปัญหา

3. องค์ประกอบเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ครูผู้สอนจะต้องฝึกฝนนักเรียนให้มีความสามารถในการเรื่องต่อไปนี้

3.1 มีทักษะการบวก ลบ คูณ หารจำนวน

3.2 มีทักษะการยกกำลังและหารากที่สอง รากที่สามของจำนวน

3.3 มีทักษะการแก้สมการ

4. องค์ประกอบเกี่ยวกับการย่อความและสรุปความ นักเรียนต้องฝึกทักษะดังต่อไปนี้

4.1 มีทักษะในการย่อความจากโจทย์ปัญหา

4.2 มีทักษะในการสรุปความ

5. องค์ประกอบเกี่ยวกับการฝึกการแก้โจทย์ปัญหา การเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในสมองของบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีกระบวนการเรียนรู้ สร้างความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการได้แตกต่างกัน บางคนเรียนรู้ได้ดีถ้าเรียนรู้จากสื่อรูปธรรม บางคนเรียนรู้ได้จากนามธรรม บางคนเรียนรู้สิ่งต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว ทั้งนี้เพราะว่าวิธีการเรียนรู้ของแต่ละคนมีกระบวนการ และพลังความสามารถของสมองมีประสิทธิภาพที่แตกต่างกัน ในการฝึกแก้โจทย์ปัญหาครูผู้สอนต้องเริ่มในลักษณะที่ค่อย ๆ เป็น ค่อย ๆ ไปตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน

จากข้อความข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย องค์ประกอบเกี่ยวกับภาษา องค์ประกอบเกี่ยวกับความเข้าใจ องค์ประกอบเกี่ยวกับการคิดคำนวณ และองค์ประกอบเกี่ยวกับการย่อความและสรุปความ

แนวทางการประเมินผลการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการวัดผลคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะข้อสอบที่เป็นอัตนัย การตรวจคำตอบของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าคำตอบถูกต้องจะได้คะแนนเต็ม แต่ถ้าไม่ถูกต้องจะให้ 0 คะแนน แม้ว่าวิธีทำจะมีส่วนถูกต้อง มีผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกที่ไม่ดี หรือมีทัศนคติในทางลบต่อวิชคณิตศาสตร์ ดังนั้นการตรวจให้คะแนนควรเป็นไปตามความสามารถของนักเรียนในทุกขั้นตอน โดยเฉพาะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำเป็นจะต้องให้นักเรียนแสดงขั้นตอนของการคิดคำนวณ ตั้งแต่เริ่มต้นจนแก้ปัญหาสำเร็จจะต้องให้คะแนนทุกขั้นตอน การที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้

แม้จะได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง 100% ก็สมควรให้คะแนนตามความถูกต้องลดหลั่นไปตามความเหมาะสม

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547 : 22 - 25) ได้รวบรวมแนวทางการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งนำเสนอเกณฑ์การให้คะแนน 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 การให้คะแนนตามรูปแบบของ Waiter Szetela

ให้ 0 คะแนน ถ้าเด็กไม่ได้แสดงว่าคิดแก้ปัญหาได้เลย กระดาษคำตอบอาจว่างเปล่า ไม่มีการตอบคำถาม หรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาเอาไว้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าเด็กได้พยายามตอบคำถาม แต่คำถามที่ให้ไม่มีเหตุผล หรือตอบไม่ตรงคำถาม

ให้ 2 คะแนน ถ้าเด็กได้แสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในตัวคำถาม สามารถตอบคำถามได้บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ มีวิธีทำที่ยังมีความสับสนอยู่

ให้ 3 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามได้ดี สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีเหตุผลสมควร การอ้างอิงถูกต้องแต่วิธีทำยังขาดความสมบูรณ์ ขาดความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนต่าง ๆ หรือมีข้อผิดพลาดบกพร่องบ้าง

ให้ 4 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามดี ตอบคำถามและแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีเหตุผลและอ้างอิงถูกต้อง

แบบที่ 2 การให้คะแนนตามรูปแบบของ Randall Charles ซึ่งเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน ในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 6 คะแนน ซึ่งแบ่งให้คะแนนออกเป็น 3 ตอนแต่ละตอนมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ตอนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่เข้าใจปัญหาเลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าเข้าใจปัญหาเพียงบางส่วน หรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายบางส่วนผิดพลาด

ให้ 2 คะแนน ถ้าเข้าใจปัญหาถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 การวางแผนปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่ได้มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าการวางแผนมีส่วนถูกต้องอยู่บ้าง สามารถนำปัญหามาบางส่วนมากำหนดเป็นขั้นตอน เพื่อใช้วิธีแก้ปัญหาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่าง
สมบูรณ์

ตอนที่ 3 การได้คำตอบ

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีคำตอบหรือมีคำตอบที่ผิด ๆ หลงทางเนื่องจากการวางแผน
ที่ผิดพลาดแต่แรก

ให้ 1 คะแนน ถ้ามีการเขียนคำตอบ หรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอกโจทย์ผิด
คำนวณผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้าง คำตอบ
บางส่วนมีความถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน ถ้าคำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

แบบที่ 3 การให้คะแนนตามรูปแบบของ Charies, Lester และ O' Deffer เป็นการให้
คะแนนแบบภาพรวม โดยกำหนดให้คะแนนเต็ม 4 คะแนน ถ้าสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
มากน้อยต่าง ๆ กัน จะได้คะแนนลดหลั่นกันตามส่วน ดังนี้

ให้ 0 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เลย แม้จะมีรอยขีดเขียนอยู่บ้าง
แต่ไม่ได้ใกล้เคียง หรือลู่ทางที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

ให้ 1 คะแนน ถ้านักเรียนมีความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ได้แสดงการคิด
คำนวณที่ถูกต้องบ้างเล็กน้อยแสดงให้เห็นว่าวิธีทำที่ถูกต้องแต่ไม่สามารถ
ทำจนสำเร็จได้

ให้ 2 คะแนน ถ้ามีการคำนวณที่ถูกต้อง ได้แสดงวิธีทำไว้อย่างมีเหตุมีผล แต่
รายละเอียดของการคำนวณยังผิดอยู่ ส่วนใหญ่เป็นการผิดพลาดจาก
การเข้าใจผิดหรือมีความบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ

ให้ 3 คะแนน ถ้าสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการทำถูกต้อง
ตามขั้นตอนต่าง ๆ แต่มีข้อผิดพลาดบกพร่องในรายละเอียดบางประการ
เช่น ไม่ระบุเงื่อนไขที่จะเป็นการประกอบคำอธิบาย หรือวิธีทำที่ถูกต้อง

ให้ 4 คะแนน ถ้าความถูกต้องทั้งวิธีทำ และรายละเอียดของการคิดคำนวณ

จากเกณฑ์การให้คะแนนข้างต้น จะพบว่าหากครูผู้สอนจะนำไปใช้เป็นเกณฑ์พิจารณา
ประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูเองก็จะมีมาตรฐานในการให้คะแนน มีเกณฑ์การให้
คะแนนที่เป็นรูปธรรมมากขึ้นและนักเรียนได้รับความเป็นธรรมมากขึ้น

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำรูปแบบการให้คะแนนของ Randall Charles มาปรับและ
ประยุกต์ใช้ในการให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ข้อละ 10 คะแนน ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

ตอบถูกต้องตามขั้นที่ 1 S ให้ 2 คะแนน

0 หมายถึง บอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาไม่ได้เลย

1 หมายถึง บอกเงื่อนไขหรือคำถามได้

2 หมายถึง บอกเงื่อนไขและคำถามได้

ตอบถูกต้องตามขั้นที่ 2 T ให้ 2 คะแนน

0 หมายถึง ไม่เขียนอะไรเลย

1 หมายถึง มีร่องรอยการแปลงข้อมูลเป็นรูปภาพหรือสมการแต่ไม่สมบูรณ์ชัดเจน

2 หมายถึง แปลงข้อมูลเป็นรูปภาพ หรือสมการ ได้ถูกต้องชัดเจนทำให้ผู้อื่นเข้าใจ

ตอบถูกต้องตามขั้นที่ 3 A ให้ 4 คะแนน

0 หมายถึง ตอบปัญหาผิด ไม่แสดงแนวคิด

2 หมายถึง ไม่แสดงแนวคิดหรือปัญหาผิด แสดงแนวคิดบ้างเล็กน้อย

4 หมายถึง แสดงแนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจชัดเจน

ตอบถูกต้องตามขั้นที่ 4 R ให้ 2 คะแนน

0 หมายถึง ไม่แสดงอะไรเลย

1 หมายถึง แสดงการตรวจทานคำตอบบ้างเล็กน้อยแต่ไม่สมบูรณ์

2 หมายถึง แสดงการตรวจคำตอบได้ถูกต้องและสมบูรณ์ผู้อื่นเข้าใจ

กลวิธี STAR

ความเป็นมาของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR (STAR Strategy Steps) เป็นกลวิธีการสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ของการแก้ปัญหา

นาเจล และคณะ (Nagel and et al. Online. 1986) ได้กล่าวว่า กลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) คือ การออกแบบเพื่อช่วยพฤติกรรมของนักเรียนดีขึ้นในสถานการณ์ทดสอบ บทบาทของกลวิธีการจำตัวอักษรตัวแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ได้แก่

1. นักเรียนสามารถลงข้อความเอกลักษณ์ของข้อมูลในหนังสือเรียนของเขานั้นคือใจความสำคัญ

2. นักเรียนสามารถตั้งหัวข้อที่เหมาะสมหรือแบ่งประเภทสำหรับแต่ละข้อความของข้อมูล

3. นักเรียนสามารถเลือกกลวิธีที่ช่วยในการจดจำสำหรับแต่ละข้อความของเรื่อง

4. นักเรียนสามารถจดจำแต่ละข้อความ

กลวิธีนี้เกี่ยวข้องกับทักษะในการจัดองค์ประกอบและอนุญาตให้นักเรียนทำงานด้วยตัวเองเพื่อจดจำข้อมูลที่ต้องการ วิธีการดำเนินการสอน 8 ขั้น มีดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทดสอบก่อนเรียนและบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นการวัดทักษะของนักเรียนโดยพิจารณาการสร้างข้อความเพื่อจดจำและทำให้นักถึงข้อมูลเหล่านั้น เพื่อจุดประสงค์การเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy)

ขั้นที่ 2 อธิบาย โดยให้นักเรียนแบ่งปันการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) ให้นักเรียนได้อธิบายสำหรับลักษณะโดยรวมของสถานการณ์ที่ซึ่งใช้กลวิธีในการนำมาใช้ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ต้องใช้กลวิธีในการนำมาใช้ให้อธิบายถึงประโยชน์ที่นักเรียนได้ความรู้มากขึ้นในการใช้วิธีนี้ อธิบายขั้นตอนสำหรับการออกแบบเครื่องมือที่ช่วยในการจดจำ อธิบายขั้นตอนสำหรับการสร้างและการจดจำข้อความ

ขั้นที่ 3 ยกตัวอย่างให้นักเรียนสาธิตการสร้างข้อความอย่างไร ออกแบบเครื่องมือที่ช่วยในการจดจำ และการจดจำข้อมูลจากข้อความ

ขั้นที่ 4 การระบุตัวอักษร เพื่อความแน่ใจนักเรียนสามารถตรวจสอบด้วยตัวเองตามขั้นตอนกลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy)

ขั้นที่ 5 การตอบสนองและวิปัติการตรวจสอบ สอนนักเรียนถึงการปฏิบัติ 5 ขั้นตอนสำหรับการสร้างเครื่องช่วยจดจำ และ 4 ใน 5 ขั้นตอนสำหรับการสร้าง และการจดจำข้อความที่ครอบคลุมเราเรียกว่า การกระตุ้นการตรวจสอบ

ขั้นที่ 6 การตอบสนองและการปฏิบัติตามระดับชั้น ความเหมาะสม เพื่อให้นักเรียนของคุณเข้าใจชำนาญในการใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) เพื่อศึกษาสำหรับการทดสอบในชั้นเรียนที่สำคัญ

ขั้นที่ 7 พูดยุสิ่งทีประสบความสำเร็จถึงจุดประสงค์และทดสอบหลังเรียน การวัดทักษะของนักเรียนโดยพิจารณา การสร้างข้อความเพื่อจดจำ การจดจำและการนึกถึงข้อความในข้อความนั้น การประสบความสำเร็จในจุดประสงค์ของนักเรียนที่ใช้กลวิธีการจำตัวอักษรแรกของชื่อลำดับขั้น (First Letter Mnemonic Strategy) เพื่อศึกษาสำหรับแบบทดสอบในวิชาที่ปฏิบัติได้

ขั้นที่ 8 การลงความเห็น

เกตนัน และแมคซินี (Gagnon and Maccini. Online. 2011) กล่าวว่า กลวิธี STAR ประกอบด้วยลักษณะสำคัญดังนี้

1. เป็นเครื่องมือสำหรับช่วยให้นักเรียนจำกลวิธีที่ใช้ ซึ่งสร้างรูปแบบถ้อยคำจากตัวอักษรตัวแรกของลำดับขั้น
2. ขั้นตอนของกลวิธีใช้ถ้อยคำที่คุ้นเคย ง่าย สั้นกะทัดรัด ช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้
3. ขั้นตอนของกลวิธีเรียงลำดับอย่างเหมาะสม เช่น นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วนก่อนลงมือแก้ปัญหา และนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ได้ เช่น แก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างประสบความสำเร็จ
4. ขั้นตอนของกลวิธีกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความสามารถด้านความรู้ เช่น ใช้การวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา
5. ขั้นตอนของกลวิธีใช้กระตุ้นให้นักเรียนสามารถควบคุมตนเองใช้ความสามารถแก้ปัญหาได้ เช่น ตรวจสอบคำตอบแล้วหรือไม่

โอ้ส และคณะ (Oas and et al. Online. 2011) ได้เสนอแนะเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษาว่า กลวิธีการใช้ตัวอักษรตัวแรกช่วยในการจำ ออกแบบมาเพื่อช่วยจำแนกข้อมูล ที่สำคัญต่อการเรียน จำแนกรายละเอียด และจดจำรายละเอียดแต่ละขั้นโดยใช้เครื่องช่วยจำคือ ตัวอักษรตัวแรกของแต่ละขั้น

เลนซ์ และคณะ (Lenz and et al. 1996 : unpage) กล่าวว่า กลวิธี STAR ประกอบด้วยลักษณะสำคัญ ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือสำหรับช่วยให้นักเรียนจำกลวิธีใช้ ซึ่งสร้างรูปแบบมาจากการนำตัวอักษรตัวแรกของลำดับขั้นมาสร้างเป็นคำใหม่
2. ขั้นตอนของกลวิธีใช้คำที่นักเรียนคุ้นเคย ง่าย สั้น กะทัดรัด เพื่อช่วยให้นักเรียนจดจำได้เร็วขึ้น
3. ขั้นตอนของกลวิธีเรียงลำดับอย่างเหมาะสม เช่น นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วนก่อนลงมือแก้ปัญหา และนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ได้
4. ขั้นตอนของกลวิธีกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความสามารถด้านความรู้ เช่น ใช้การวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา
5. ขั้นตอนของกลวิธีให้นักเรียนสามารถควบคุมขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง เช่น นักเรียนตอบคำถามตัวเองว่าฉันตรวจสอบคำตอบแล้วหรือไม่

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

สุรภัทร สาแสง (2553 : 45) กล่าวว่า การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ทั้ง 4 ขั้น สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาทั้ง 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the Word Problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหา (Translate the Problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาขั้นที่ 2 การวางแผน (Devising a Plan)

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the Problem) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) เพื่อให้ได้คำตอบ

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the Solution) สอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหของโพลยาขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking Back)

เกตนัน และครูเมน (Gagnon and Krezmiem, Online, 2011) กล่าวว่าสำหรับการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete) สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete) และสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract) ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR นั้น การใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าวพัฒนามาจากทฤษฎีการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) ที่เน้นการสอนให้โอกาสผู้เรียนเรียนโครงสร้างของความรู้ อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจและการถ่ายโยงการเรียนรู้

ขั้นตอนการแก้ปัญหโดยใช้กลวิธี STAR ในการเรียนการสอน

แมคซินี และเกตนัน (Maccini and Gagnon, 2011, Online ; อ้างถึงใน ประจวบ แสงสืบบ. 2556 : 50 - 51) ได้กล่าวว่า ขั้นตอนการสอนแก้ปัญหโดยใช้กลวิธี STAR มีดังนี้

1. ก่อนเริ่มบทเรียน ครูควรทดสอบก่อนเรียนเพื่อดูความรู้และทักษะพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนของนักเรียน
2. ครูแนะนำกลวิธี STAR ที่นำมาใช้ในการสอน และขั้นตอนในแต่ละขั้นตอนของกลวิธีนี้เพื่อช่วยนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. นักเรียนควรจำขั้นตอนของกลวิธี STAR เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้และสามารถใช้ได้อย่างถูกต้อง

การสอนแก้ปัญหโดยใช้กลวิธี STAR ครูจะเป็นตัวแบบที่ดีในการใช้กลวิธีแก้ปัญหา บทบาทของครูในการสอนแก้ปัญหา ได้แสดงไว้ในตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 แสดงพฤติกรรมของครูในขั้นตอนการสอนในชั้นเรียน

ขั้นตอน	พฤติกรรมของครู
ขั้นที่ 1 บทนำ	ครูให้คำแนะนำสิ่งที่เป็นภาพรวมทั่วไปโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาใหม่กับทักษะที่เรียนผ่านมาแล้ว ให้นักเรียนมองเห็นความสำคัญของเนื้อหาที่จะเรียน โดยอาจเชื่อมโยงกับบทบาทในชีวิตจริง
ขั้นที่ 2 ให้ครูเป็นแบบอย่างในการใช้กลวิธี	เริ่มต้นปัญหาโดยครูใช้การคิดออกเสียงเพื่อเป็นตัวแบบสำหรับนักเรียน เช่น อ่านโจทย์ปัญหาออกเสียงแล้วตรวจสอบทำเครื่องหมายตามลำดับขั้นในใบงานตามกลวิธี STAR ดังนี้ S : ศึกษาโจทย์ปัญหา แยกแยะประเด็นของปัญหา T : แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ A : หาคำตอบ R : ทบทวนคำตอบ
ขั้นที่ 3 ให้แบบฝึกหัดที่มีการแนะนำ	ครูให้แบบฝึกหัดเป็นใบงานที่การแนะนำตามขั้นตอนแล้วให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกกลวิธี โดยลดบทบาทครูจนกระทั่งนักเรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเอง
ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดอย่างอิสระ	ครูให้แบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องหาคำตอบด้วยตัวเองไม่มีคำแนะนำ ครูให้นักเรียนคิดด้วยตัวเอง
ขั้นที่ 5 ให้ผลย้อนกลับทางบวกและถูกต้อง	ให้ผลย้อนกลับทางบวก โดยดูการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซ็นต์ความถูกต้องในการคำนวณ เป็นต้น ให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด อาจจะสอนใหม่ถ้าจำเป็น แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของเรียน สุดท้ายให้ผลย้อนกลับทางบวก
ขั้นที่ 6 ประยุกต์ปัญหาใช้กับชีวิตจริง	ให้คำถามที่กระตุ้นนักเรียนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สถานการณ์แก้ปัญหในชีวิตจริง ทบทวนบ่อย ๆ เพื่อให้เกิดความคงทน

นุศรียา จิตตารมย์ (2548 : 39 - 40) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Search the Word Problem) เป็นขั้นของการศึกษาโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้ข้อเท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร” ผู้สอนสามารถใช้วิธีการคิดออกเสียงในขณะแนะนำโจทย์แก่นักเรียน จากนั้นค่อย ๆ ลดบทบาทตัวเองเพื่อให้นักเรียนตอบข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 2 T (Translate the Problem) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

1. สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete Application : C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง
2. สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete Application : S) วาดรูปภาพ แผนภาพ หรือ

เขียนตารางแสดงความหมาย

3. สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract Application : A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ทั้งนี้จะใช้ครบทั้ง 3 ประเภทหรือไม่ ก็ได้แต่ต้องสามารถเขียนสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract Application) ได้ โดยในขั้นนี้ใช้ CSA แทนสื่อหรือสัญลักษณ์ทั้งสามประเภทดังกล่าว ซึ่งผู้เรียนต้องเลือกตัวแปร และระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ผู้สอนควรให้โอกาสนักเรียนในการฝึกกลวิธีใหม่ลดบทบาทตัวเองจนกระทั่งผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ด้วยตนเองอย่างอิสระ

ขั้นที่ 3 A (Answer the Problem) เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 4 R (Review the Solution) เป็นขั้นทบทวนคำตอบ ผู้เรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่” จากนั้นตรวจสอบคำตอบ ในขั้นนี้ผู้สอนควรให้ผลย้อนกลับทางบวกโดยการปฏิบัติงานของนักเรียน เช่น เปอร์เซ็นต์ความถูกต้องในการคำนวณ การนำเสนอผลการคำนวณ เป็นต้น และให้ผลย้อนกลับคำตอบที่ผิดพลาด ถ้านักเรียนหาคำตอบผิดพลาดมากอาจจะสอนใหม่ แล้วให้แบบฝึกหัดที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมและสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียน

ประจวบ แสงสีบับ (2556 : 54) ได้สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

ขั้นที่ 1 การศึกษาโจทย์ปัญหา (Search the Word Problem : S) แยกแยะประเด็นของปัญหา ดำเนินการดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน
2. ถามคำถามต่อตนเองว่า “รู้เท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์” “โจทย์ต้องการให้หาอะไร”
3. เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์

ขั้นที่ 2 การแปลงโจทย์ (Translate the Problem : T) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์
ปัญหาคำเนินการดังนี้

1. เลือกตัวแปร
2. ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
3. แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์

โดยอาจเลือกใช้สื่อหรือสัญลักษณ์ ดังนี้

3.1 สื่อที่เป็นรูปธรรม (Concrete Application : C) ใช้วัตถุจริงหรือสื่อเสมือนจริง

3.2 สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete Application : A) วาดรูปภาพ แผนภาพ

หรือเขียนตารางแสดงความหมาย

3.3 สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Abstract Application : A) หานัยทั่วไป นำเสนอให้อยู่ในรูปนิพจน์ของพีชคณิต หรือเขียนสมการเชิงพีชคณิต

ขั้นที่ 3 หาคำตอบของโจทย์ปัญหา (Answer the Problem : A) ดำเนินการหาคำตอบ
ที่ถูกต้องตามขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ (Review the Solution : R) ดำเนินการดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง
2. ถามคำถามต่อตนเองว่า “คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนด

ในปัญหาหรือไม่”

3. ตรวจสอบคำตอบ

จากข้อความที่กล่าวข้างต้นผู้วิจัยได้นำข้อสรุปของนุตริยา จิตตารมย์ และประจบ
แสงสีบบมาสรุปได้ว่า ขั้นตอนหลักของการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี STAR ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน
คือ 1) การศึกษาโจทย์ปัญหา 2) การแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในรูปแบบของ
ภาษาหรือสมการทางคณิตศาสตร์ 3) การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และ 4) ทบทวนคำตอบ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

ไพศาล หวังพาณิชย์ (2543 : 137) สรุปไว้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คุณลักษณะ
และความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม

และประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากการฝึกอบรม หรือจากการสอบ การวัดผลสัมฤทธิ์จึงเป็น การตรวจสอบความสามารถหรือความสัมฤทธิ์ผลของบุคคลว่าเรียนรู้แล้วเท่าไร

สมพร เชื้อพันธ์ (2547 : 53) สรุปว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถ ความสำเร็จและสมรรถภาพด้านต่างๆของผู้เรียนที่ได้จากการเรียนรู้อันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน การฝึกฝนหรือประสบการณ์ของแต่ละบุคคลซึ่งสามารถวัดได้จากการทดสอบ ด้วยวิธีการต่าง ๆ

ปราณี กองจินดา (2549 : 42) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถ หรือผลสำเร็จที่ได้รับจากกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและ ประสบการณ์เรียนรู้ทางด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย และยังได้จำแนกผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนไว้ตามลักษณะของวัตถุประสงค์ของการเรียนการสอนที่แตกต่างกัน

อุทุมพร จามรمان (2549 : 15) ได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า เป็นเครื่องชี้ความสำเร็จในการจัดการศึกษาของหลักสูตรนั้น ๆ ซึ่งการจัดการศึกษาตามหลักสูตร ต่าง ๆ มีความเกี่ยวข้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาสาระ การจัดการเรียนรู้ และการวัดผล ประเมินผล ดังนั้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจึงเป็นตัวชี้วัดความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายและเนื้อหา สาระที่เกี่ยวข้อง

วารี รักหะบุตร. (2552 : 53) ได้สรุปความหมายของ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า เป็นผล ของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เกิดจากความรู้ ทักษะและความสามารถในด้านต่าง ๆ ของนักเรียนจนเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์เรียนรู้

กู๊ด (Good. 1973 : 7) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง การเข้าถึง ความรู้หรือการพัฒนาทักษะในการเรียน ซึ่งอาจพิจารณาได้จากคะแนนสอบที่กำหนดให้คะแนน ที่ได้จากงานที่ครูมอบหมายให้หรือทั้งสองอย่าง

เวลมิเออร์ (Wehmeier. 2000 : 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะและสมรรถภาพด้านต่างๆ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนควร ประกอบด้วยส่วนสำคัญอย่างน้อย 3 ส่วนคือ ความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านอื่นๆ

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความรู้ ความสามารถ ความสำเร็จ สมรรถภาพด้านต่าง ๆ ของผู้เรียน ซึ่งเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จนผู้เรียนเกิดความเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม

แนวทางการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นสิ่งที่สะท้อนให้เห็นถึงคุณภาพของผู้เรียน และประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอแนวทางการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในแง่มุมต่าง ๆ ดังนี้

สมบุรณ์ ดันยะ (2545 : 19) ได้นำเสนอแนวทางการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถสรุปได้ดังนี้

1. กำหนดสิ่งที่ประเมินและวัดได้ โดยต้องระบุให้ชัดเจนว่าจะประเมินในด้านใด
2. วางแผนการประเมินให้รัดกุม สะดวก ประหยัด และเป็นไปได้ โดยการวางแผนการเก็บข้อมูลว่าจะเก็บข้อมูลอะไร โดยวิธีใดจึงจะได้ข้อมูลที่เที่ยงตรง และเชื่อมั่นได้
3. ควรใช้เทคนิคหลาย ๆ ด้านที่สามารถวัดให้ครอบคลุม ทั้งด้านความสามารถทางสติปัญญา ทักษะการนำความรู้ไปใช้ และเจตคติต่อวิชาที่เรียนรู้
4. เกณฑ์ที่ใช้ต้องมีความสัมพันธ์กับสิ่งที่วัด และจุดมุ่งหมายของการวัด
5. เลือกใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพ เครื่องมือนั้นต้องมีความเที่ยงตรง และมีความเชื่อมั่นในระดับสูง

6. เลือกใช้เทคนิคในการวัดให้ตรงกับจุดมุ่งหมาย และปราศจากความลำเอียง

กระทรวงศึกษาธิการ (2552 : 77) ได้นำเสนอแนวทางการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การวัดต้องสอดคล้องกับตัวชี้วัด หรือผลการเรียนรู้ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงแก้ไข นักเรียนที่ไม่ผ่านตัวชี้วัด
2. มีขั้นตอนการวัดอย่างเป็นระบบ เริ่มตั้งแต่เลือกใช้เครื่องมือให้เหมาะสม ดำเนินการสร้างเครื่องมือ ดำเนินการวัดผล และนำผลที่ได้ไปใช้ตัดสินผลการเรียน

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จะต้องกำหนดสิ่งที่ประเมิน วางแผนการประเมินว่าจะเก็บข้อมูลอะไร โดยวิธีใด ใช้เทคนิคหลาย ๆ ด้านที่สามารถวัดให้ครอบคลุม เกณฑ์ที่ใช้ต้องมีความสัมพันธ์กับสิ่งที่วัด เครื่องมือนั้นต้องมีความเที่ยงตรง และมีความเชื่อมั่น วัดให้ตรงกับจุดมุ่งหมาย และปราศจากความลำเอียง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับครูที่จะใช้ในการตรวจสอบพฤติกรรมหรือผลการเรียนรู้อันเนื่องมาจากการจัดการเรียนการสอนของครูว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถในการเรียนรู้แต่ละวิชามากน้อยเพียงใด ผลการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามจุดประสงค์การเรียนรู้ นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 146 - 147) ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ (Paper and Pencil Test) กับให้นักเรียนปฏิบัติจริง ซึ่งแบ่งแบบทดสอบประเภทนี้เป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดคำถามที่ครูสร้างขึ้น ซึ่งเป็นคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนในห้องเรียน ว่านักเรียนมีความรู้มากแค่ไหน บทพ้องที่ตรงไหนจะได้สอนซ่อมเสริม หรือเป็นการวัดดูความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ ซึ่งขึ้นอยู่กับความต้องการของครู

2. แบบทดสอบมาตรฐาน แบบทดสอบประเภทนี้สร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชา หรือจากครูที่สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้งจนกระทั่งมีคุณภาพดีพอ จึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้หลักและเปรียบเทียบผลเพิ่มประเมินค่าของการเรียนการสอนในเรื่องใด ๆ ก็ได้ แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอน และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย

ทั้งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน มีวิธีการในการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่สอนไปแล้วจะเป็นพฤติกรรมที่สามารถตั้งคำถามวัดได้

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2540 : 28) ได้ให้แนวคิดไว้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้เชิงวิชาการ มักใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เน้นการวัดความรู้ความสามารถที่เกิดจากการเรียนรู้ในอดีต หรือในสภาพปัจจุบันของแต่ละบุคคล

พิชิต ฤทธิ์จรรยา (2550 : 95) ได้กล่าวสรุปไว้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและความสามารถทางวิชาการ ที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้วว่าบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 193) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ชุดคำถามที่มุ่งวัดพฤติกรรมกรเรียนของนักเรียนว่ามีความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านสมองด้านต่าง ๆ ในเรื่องที่เรียนรู้ไปแล้วมากน้อยเพียงใด

พิตร ทองชั้น (2546 : 241) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การทดสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) เป็นการทดสอบความรู้ทางวิชาการที่เรียนมาแล้วได้มากน้อยเท่าไร ได้แก่ วิชาต่าง ๆ ที่เรียนในห้องเรียน เช่น วิชาภาษาไทย วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ศิลปะ เป็นต้น และส่วนมากจะออกเป็นข้อทดสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choice) มากกว่าจะเป็นแบบเรียงความ (Essay Type) แบบทดสอบที่ทำไว้จะมีมาตรฐาน (Standardized)

ศิริพร มาวรณา (2546 : 36) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ เป็นการวัดความสำเร็จในเชิงวิชาการว่านักเรียนมีความรู้มาแล้วเท่าใด

สมพร เชื้อพันธ์ (2547 : 59) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบหรือชุดของข้อสอบที่ใช้วัดความสำเร็จหรือความสามารถในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนที่เป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูผู้สอนว่าผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้เพียงใด

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะของความสามารถในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ผู้เรียนได้รับจากประสบการณ์ทั้งปวงในอดีตและปัจจุบัน ว่าผู้เรียนบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีขั้นตอนในการดำเนินการ ดังนี้ (ภัทรา นิคมานนท์. 2543 : 90 - 95)

1. วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร

การสร้างแบบทดสอบ ควรเริ่มต้นด้วยการวิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาสาระและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัด ตารางวิเคราะห์หลักสูตร จะใช้เป็นกรอบในการออกข้อสอบ ซึ่งระบุจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องและพฤติกรรมที่ต้องการจะวัดได้

2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นพฤติกรรมที่เป็นผลการเรียนรู้ที่ผู้สอนมุ่งหวังจะให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนซึ่งผู้สอนจะต้องกำหนดไว้ล่วงหน้าสำหรับแนวทางในการจัดการเรียนการสอน และสร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์

3. กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีสร้าง

โดยการศึกษาตารางวิเคราะห์หลักสูตรและจุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณาและตัดสินใจเลือกใช้ชนิดของข้อสอบที่จะใช้ว่าเป็นแบบใด โดยต้องเลือกให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของการเรียนรู้และเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน แล้วศึกษาวิธีเขียนข้อสอบชนิดนั้นให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักและวิธีการเขียนข้อสอบ

4. เขียนข้อสอบ

ผู้ออกข้อสอบลงมือเขียนข้อสอบตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตรและให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยอาศัยหลักและวิธีการเขียนข้อสอบที่ได้ศึกษามาแล้วในขั้นนี้

5. ตรวจสอบข้อสอบ

เพื่อให้ข้อสอบที่เขียนไว้แล้วในขั้นที่ 4 มีความถูกต้องตามหลักวิชา มีความสมบูรณ์ครบถ้วนตามรายละเอียดที่กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์หลักสูตร ผู้ออกข้อสอบต้องพิจารณาทบทวนตรวจสอบข้อสอบอีกครั้งก่อนที่จะจัดพิมพ์และนำไปใช้ต่อไป

6. จัดพิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง

เมื่อตรวจสอบข้อสอบเสร็จแล้วให้พิมพ์ข้อสอบทั้งหมด จัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับทดลองโดยมีคำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีตอบแบบสอบถาม (Direction) และจัดวางรูปแบบการพิมพ์ให้เหมาะสม

7. ทดลองใช้สอบและวิเคราะห์ข้อสอบ

การทดลองใช้สอบและวิเคราะห์ข้อสอบเป็นวิธีการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบก่อนนำไปใช้จริง โดยนำแบบทดสอบไปทดลองใช้สอบกับกลุ่มที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันกับกลุ่มที่ต้องการสอนจริง แล้วนำผลการสอบมาวิเคราะห์และปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพโดยสภาพการปฏิบัติจริงของการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในโรงเรียนมักไม่ค่อยมีการทดลองใช้สอบและวิเคราะห์ข้อสอบ ส่วนใหญ่นำแบบทดสอบไปใช้ทดสอบแล้วจึงวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อปรับปรุงข้อสอบและนำไปใช้ในครั้งต่อไป

8. จัดทำแบบทดสอบฉบับจริง

จากผลการวิเคราะห์ข้อสอบ หากพบว่าข้อสอบข้อใดไม่มีคุณภาพหรือมีคุณภาพไม่ดีพออาจจะต้องตัดทิ้งหรือปรับปรุงแก้ไขข้อสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น แล้วจึงจัดทำเป็นแบบทดสอบฉบับจริงที่จะนำไปทดลองกับกลุ่มเป้าหมายต่อไป

บุญชม ศรีสะอาด (2553 : 59 - 66) ได้กล่าวถึง การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. วิเคราะห์จุดประสงค์ เนื้อหาวิชา และตารางกำหนดลักษณะข้อสอบขั้นตอนแรกสุดจะต้องทำการวิเคราะห์ว่าเนื้อหาหรือหัวข้อที่จะสร้างวัดข้อสอบนั้น มีจุดประสงค์ของการสอน หรือจุดประสงค์การเรียนรู้อะไรบ้าง ทำการวิเคราะห์เนื้อหาวิชาว่ามีโครงสร้างอย่างไร จัดเขียนหัวข้อใหญ่ หัวข้อย่อยทุกหัวข้อ พิจารณาความเกี่ยวข้อง ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาเหล่านั้น จากนั้นก็จัดทำตารางกำหนดลักษณะข้อสอบ หรือที่เรียกว่าตารางวิเคราะห์หลักสูตรตารางนี้มี 2 มิติ คือด้านเนื้อหา กับด้านสมรรถภาพที่ต้องการวัด และพิจารณาว่าจะออกข้อสอบทั้งหมดกี่ข้อ เขียนจำนวนข้อลงในช่องรวมช่องสุดท้าย จากนั้นพิจารณาว่า หัวข้อเรื่องใดสำคัญมากน้อย เขียนลำดับความสำคัญลงไป แล้วกำหนดจำนวนข้อที่จะวัดในแต่ละช่องขึ้นอยู่กับเรื่องนั้นต้องการให้เกิดสมรรถภาพเรื่องใดมากน้อยกว่ากัน

2. กำหนดรูปแบบของข้อคำถามและศึกษาวิธีเขียนข้อสอบ ทำการพิจารณาและตัดสินใจว่าจะใช้ข้อคำถามรูปแบบใด ศึกษาวิธีเขียนข้อสอบ หลักการเขียนข้อคำถาม ศึกษาวิธีเขียนข้อสอบ สมรรถภาพต่าง ๆ ศึกษาเทคโนโลยีในการเขียนข้อสอบเพื่อนำมาใช้เป็นหลักในการเขียนข้อสอบ

3. เขียนข้อสอบ ลงมือเขียนข้อสอบ ใช้ตารางกำหนดลักษณะของข้อสอบที่จัดทำไว้ในขั้นที่ 1 เป็นกรอบซึ่งทำให้สามารถออกข้อสอบวัดได้ครอบคลุมทุกหัวข้อเนื้อหา และทุกสมรรถภาพ ส่วนรูปแบบและเทคนิคในการเขียนข้อสอบยึดตามที่ได้ศึกษาในขั้นที่ 2

4. ตรวจสอบข้อสอบ นำข้อสอบที่ได้เขียนไว้ในขั้นที่ 3 มาพิจารณาทบทวนอีกครั้งหนึ่ง โดยพิจารณาถึงความถูกต้องตามหลักวิชา พิจารณาว่าแต่ละข้อวัดในเนื้อหาและสมรรถภาพตามตารางกำหนดลักษณะข้อสอบหรือไม่ ภาษาที่ใช้เขียนมีความเข้าใจง่ายเหมาะสมดีแล้วหรือไม่ ตัวถูกตัวลวงเหมาะสมเข้าหลักเกณฑ์หรือไม่ หลังการพิจารณาทบทวนเองแล้ว นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญวัดผล และด้านเนื้อหาสาระ พิจารณาข้อบกพร่อง และนำเอาข้อวิจารณ์เหล่านั้นมาพิจารณาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

5. พิมพ์แบบทดสอบฉบับทดลอง นำข้อสอบทั้งหมดมาพิมพ์เป็นแบบทดสอบโดยจัดพิมพ์คำชี้แจงหรือคำอธิบายวิธีทำแบบทดสอบไว้ที่ปกของแบบทดสอบอย่างละเอียดและชัดเจน การจัดพิมพ์วางรูปแบบให้เหมาะสม

6. ทดลองใช้ วิเคราะห์คุณภาพ และปรับปรุง นำแบบทดสอบไปทดลองกับกลุ่มที่คล้ายกับกลุ่มตัวอย่างที่จะสอบจริง ซึ่งได้เรียนในวิชาหรือเนื้อหาที่จะสอบแล้ว นำผลการสอบมาตรวจให้คะแนน ทำการวิเคราะห์หาค่าอำนาจจำแนก ค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ โดยใช้วิธีการวิเคราะห์คุณภาพ คัดเลือกเอาข้อที่มีคุณภาพเข้าเกณฑ์ตามจำนวนที่ต้องการ ถ้าข้อเข้าเกณฑ์จำนวนมากกว่าที่ต้องการ ก็ตัดข้อที่มีเนื้อหามากกว่าที่ต้องการ ซึ่งเป็นข้อที่มีอำนาจจำแนกต่ำสุดออกตามลำดับ นำเอาผลการสอบที่คิดเฉพาะข้อสอบที่เข้าเกณฑ์เหล่านั้นมาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น

7. พิมพ์แบบทดสอบฉบับจริง นำข้อสอบที่มีอำนาจจำแนก และระดับความยากที่เข้าเกณฑ์ ตามจำนวนที่ต้องการในขั้นที่ 6 มาพิมพ์เป็นแบบทดสอบที่จะใช้จริง ซึ่งจะต้องมีคำชี้แจงวิธีทำด้วย และในการพิมพ์นอกจากใช้รูปแบบที่เหมาะสมแล้วควรคำนึงถึงความประณีตถูกต้องซึ่งจะต้องตรวจทานให้ดี

จากการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดี ควรเริ่มต้นด้วยการวิเคราะห์หลักสูตร กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาวิชา กำหนดชนิดของข้อสอบและศึกษาวิธีการสร้าง ต้องวัดผลได้ถูกต้องตรงกับจุดมุ่งหมาย มีความคงที่ในการวัด ใช้คำถามที่ชัดเจนครอบคลุมพฤติกรรม การเรียนรู้ สามารถแยกความสามารถของนักเรียนได้ และมีความยากง่ายพอเหมาะ เขียนข้อสอบ ตรวจทาน และทดลองใช้แล้วจึงนำไปใช้จริง

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson, 1971 : 56 - 70) ได้จำแนกการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้วคำถามที่วัด ความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมา เป็นระยะเวลานานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกถึงหรือจำคำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่าแบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือการยกตัวอย่างของมโนคตินั้นโดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียนมิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิง เป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการกฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการ และกฎที่นักเรียนเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements Form One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลงข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุด ของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow to Read and Interpret a Problem) เป็นความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาค่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหานั้นได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานั้น อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถ ในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่อง ในการหาคำตอบจากข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมมีปัญหาค่อื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้รับคำตอบ หรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้อง

อาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปแบบปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาที่ให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analyze) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชา ที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมา รวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกัน เพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพทางสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ โหมด นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วไปใช้กับข้อมูลชุดใหม่

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบ มาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถ ที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่มีตอนใดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำแนกออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การแก้ปัญหาและการวิเคราะห์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮอล (Hall, 1979 : 6324 - 6325A) ได้ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 30 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วย นักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่ง กลุ่มละ 15 คน ทดลองได้เรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทำการทดสอบการวิเคราะห์ และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการวิเคราะห์สูง มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ นักเรียนที่ได้เรียนการวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

คลาร์คสัน (Clarkson, 1979 : 4101-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายในวิชาคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และศึกษา นักเรียนใช้การแปลความหมายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หรือไม่ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนพีชคณิต จำนวน 5 ห้องเรียน นำมาทดสอบความสามารถในการแปลความหมาย 3 ฉบับ คือ ลักษณะที่เป็นภาษาไทย ลักษณะที่เป็นสัญลักษณ์ และลักษณะที่เป็นรูปภาพ แล้วนำคะแนนไปหาความสัมพันธ์กับคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า การแปลความหมายทั้ง 3 ฉบับ มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแปลความหมายต่างกัน จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบว่า ทักษะการแปลความหมาย เป็นองค์ประกอบหนึ่งของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แมคซินี และฮิวจ์ส (Maccini and Hughes, 2000 : 10 - 21) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้ กลวิธี STAR และการใช้สื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม สื่อการเรียนรู้ที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง และ สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม หรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ขั้นต้นของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้ที่มีต่อความสามารถของการแสดงความคิดเห็นและการหาคำตอบของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบ และหารจำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้จำนวน 6 คน จากจำนวนนักเรียน 170 คน พบว่า ทักษะการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กับจำนวนของนักเรียนสูงขึ้น โดยในแต่ละขั้นตอนของการสอนนักเรียนใช้กลวิธีแก้โจทย์ปัญหาดังนี้ 1) ศึกษาทำความเข้าใจโจทย์ 2) แปลงข้อมูลจากโจทย์ภาษาไปสู่สมการ 3) ระบุการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง 4) วาดรูปภาพแสดงความคิดเห็นของโจทย์ปัญหาได้ 5) เขียนสมการได้อย่างถูกต้อง และ 6) ตอบคำตอบของ

โจทย์ปัญหาได้ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่ใกล้เคียงกับโจทย์เดิมได้อีกด้วย และหลังจากทดลองแล้ว 10 สัปดาห์ ได้ทำการวัดความคงทนในการเรียน พบว่า นักเรียนยังสามารถแสดงความหมายของโจทย์และหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

แมคซินี และราวด์โอ (Maccini and Ruhl, 2000 : 465 - 489) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมสื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริงและสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมหรือที่เรียกโดยใช้อักษร CSA ตามลำดับ และกลวิธี STAR ในการแก้ปัญหาลบจำนวนเต็มสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีความบกพร่องทางการเรียนมีอุปสรรคในการให้เหตุผลขั้นสูง และทักษะการแก้ปัญหามีต่อความสามารถในการแสดงความหมายและการหาคำตอบของปัญหาลบจำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า หลังการทดลองการแก้ปัญหของนักเรียนทั้ง 3 คน มีประสิทธิภาพสูงขึ้นและหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ทำการทดสอบความคงทนของความสามารถในการหาคำตอบของปัญหา พบว่า นักเรียนยังคงหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง และ 1 สัปดาห์ ต่อมาทำการทดสอบความคงทนของความสามารถในการแสดงความหมายของปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงความหมายของปัญหาได้อย่างถูกต้องเช่นกัน

งานวิจัยในประเทศ

เจริญ แก้วประดิษฐ์ (2533 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนรัฐบาลสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 3 จำนวน 406 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์สมการวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำมาก โดยความสามารถในการตีความและการทำความเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า อยู่ในระดับปานกลาง ความสามารถในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดอยู่ในระดับต่ำ ความสามารถในการแก้สมการและความสามารถในการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับต่ำมาก

สุขจิตร ตั้งเจริญ (2543 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้กลวิธีในการแก้ปัญห เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหานั้นสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ไม่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหานั้นอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ปานกลางใช้กลวิธีในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหา

คณิตศาสตร์ต่ำ นอกจากนี้ในการเลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำเลือกใช้กลวิธีเดาและตรวจสอบมากที่สุด รองลงมาใช้กลวิธีทำย้อนกลับและกลวิธีวาดภาพตามลำดับ และใช้กลวิธีสร้างตารางน้อยที่สุด

สุนันท์ จิมวีย์ (2543 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษา เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จันทร์ศรี จันทร์คำ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การสอนคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวัน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียน พุทธิโสภณ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 50 คน พบว่า ผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์โดยใช้แผนการสอนคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวัน มีคะแนนผ่านเกณฑ์ทุกคน คือร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม โดยได้คะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 82.40 ซึ่งถือว่าผ่านเกณฑ์และอยู่ในเกณฑ์ที่ดีมาก

ปราณี จงศรี (2545 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สอนด้วยวิธีสอนแบบร่วมมือ (STAR) วิธีสอนแบบ Missouri และวิธีสอนตามแนวคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยทางสถิติที่ระดับ .05

วิชัย พาณิชย์สวย (2546 : 17 - 18) ได้ทำการศึกษา ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แบบฝึกเสริมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองซึ่งใช้แบบฝึกเสริมการแก้โจทย์ปัญหามีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่ากลุ่มควบคุมซึ่งไม่ใช้แบบฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มณฑนา ไทรวัฒนะศักดิ์ (2548 : 76) ได้ทำการศึกษา ผลการใช้แบบฝึกที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการฝึกโดยใช้แบบฝึก การแก้โจทย์ปัญหาสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พิชาญ พรหมสมบัติ (2548 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษา ผลการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ประสิทธิภาพของ

แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทั้ง 2 รูปแบบ คือ แบบฝึกคณิตศาสตร์เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการแบบเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย เท่ากับ 80.05/79.39 และแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการแบบตาราง มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 82.54/83.03 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการฝึกด้วยแบบฝึกคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 คือ แบบฝึกแบบเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ และแบบฝึกแบบตารางสูงกว่าก่อนการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการฝึกของนักเรียนที่ได้รับการฝึกด้วยแบบฝึกการเขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ และแบบฝึกแบบตารางแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นุตริยา จิตดารมย์ (2548 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษา ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 86 คน ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR จำนวน 45 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนปกติจำนวน 41 คน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

นฤชล ศรีมหาพรหม (2549 : บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนางรอง อำเภอนางรอง จังหวัดบุรีรัมย์ พบว่า แบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพ 86.00/84.95 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการหลังเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนมีความพึงพอใจต่อแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาสมการ อยู่ในระดับพอใจมากที่สุด

เมธิญา กาญจนรัตน์ (2552 : 75) ได้ทำการศึกษา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยการใช้การเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAR พบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนมีความสามารถในการ

แก้โจทย์ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAR อยู่ในระดับมาก

สินินิตย์ การปลูก (2552 : 76) ได้ทำการศึกษา เรื่อง ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ โดยใช้การสอนแบบกลวิธี STAR ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมา เขต 6 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นัชนันท์ กมขุนทด (2553 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา สมการคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา สมการคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด และมีประสิทธิภาพ 78.80/75.93 ผ่านเกณฑ์มาตรฐาน 75/75 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรภัทร สาแสง (2553 : 130) ได้ทำการศึกษา ผลสัมฤทธิ์ของการประยุกต์การสอน แก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าร้อยละ 60

ชาญศักดิ์ พิรัชญา (2554 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง “สมการและการแก้สมการ” โดยการใช้กลวิธี STAR โรงเรียนสุเหร่าทาบข้างคลองบน กรุงเทพมหานคร พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% และนักเรียนมีการพัฒนาความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาโดยการใช้กลวิธี STAR คือ ด้านการศึกษาโจทย์ปัญหา ด้านการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใน โจทย์ปัญหาไปสู่สมการทางคณิตศาสตร์ ด้านการหาคำตอบ และด้านการทบทวนคำตอบ อยู่ในเกณฑ์ที่ดีมาก

วรัญญา เขียรเงิน (2554 : 62 - 63) ได้ทำการศึกษา การพัฒนาความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ STAR ร่วมกับเกมการศึกษา สำหรับนักเรียนที่มีปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนมีความพึงพอใจในการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ STAR ร่วมกับเกมการศึกษา อยู่ในระดับมาก

ประจบ แสงสีบบ (2556 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษา ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแปรผันสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 76.35 ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี STAR เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผันผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.25

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจะเห็นได้ว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้กลวิธี STAR ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น นักเรียนเกิดความรู้ ทักษะ ความชำนาญในการเรียนคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นเครื่องมือที่สามารถประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนเพื่อให้ครูผู้สอนได้นำผลการประเมินมาพัฒนาปรับปรุงการเรียนการสอนต่อไป ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำกลวิธี STAR มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 - 6 ในครั้งนี้