



ภาคผนวก

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี



ภาคผนวก ก
แนวโน้มนของคาบเวลาเมื่อเลื่อนตำแหน่งออกตามแนวนานวัดจากจุดศูนย์กลางมวล

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

จากสมการ (34) ค่าระยะห่าง d ที่ทำให้คาบการแกว่งของลูกตุ้มฟิสิกัลมีค่าต่ำสุด เขียน
ได้คือ

$$d = \pm \sqrt{\frac{I_{Z_{CM}}}{m}}$$

จากทฤษฎีบทแกนขนานของสไตน์เนอร์

$$I = I_{CM} + md^2$$

แทนค่า $d = \pm \sqrt{\frac{I_{Z_{CM}}}{m}}$ ลงในสมการจะพบว่า

$$I_Z = I_{Z_{CM}} + m \left(\pm \sqrt{\frac{I_{Z_{CM}}}{m}} \right)^2 = 2I_{Z_{CM}}$$

นั่นคือ ตำแหน่ง d ไค ไคที่ให้ค่า $I_Z = 2I_{Z_{CM}}$ จะเป็นตำแหน่งที่ทำให้เกิดคาบน้อยที่สุด

$$\text{ในกรณีของสี่เหลี่ยมผืนผ้า } I_{Z_{CM}} = \frac{1}{12}m(A^2 + B^2)$$

ระยะ d ที่ทำให้ T น้อยที่สุดจึงเป็น

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{\frac{1}{12}m(A^2 + B^2)}{m}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}}\sqrt{(A^2 + B^2)} \end{aligned}$$

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

เมื่อแทนค่าความกว้าง (A) และความยาว (B) ของแผ่นอะคริลิกรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใช้
ในการทดลองลงไป คือ $A = 0.400$ เมตร และ $B = 0.300$ เมตร จะได้ค่า $d = 0.1443$ เมตร หรือ
ประมาณ 14.43 เซนติเมตร

บนแผ่นอะคริลิกรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ถูกเจาะรูเป็นระยะๆ 4.50 เซนติเมตร จำนวน 5 รู ตามแนวที่วัดจากจุดยอดที่ไกลที่สุด ไปยังจุดศูนย์กลางมวล

รูเจาะที่ 1 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 22.50 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 2 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 18.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 3 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 13.50 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 4 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 9.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 5 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 4.50 เซนติเมตร

ซึ่งพบว่า ค่า $d = 14.43$ เซนติเมตร เป็นตำแหน่งที่อยู่ระหว่างรูเจาะที่ 2 และ 3 โดยอยู่ใกล้กับตำแหน่งรูเจาะที่ 3 มากกว่ารูเจาะที่ 2 แนวโน้มของค่า T จึงต่ำสุด ณ ตำแหน่งรูเจาะที่ 3 ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการทดลอง

$$\text{ในกรณีของสามเหลี่ยมมุมฉาก } I_{Z_{CM}} = \frac{1}{18} m(A^2 + B^2)$$

ระยะ d ที่ทำให้ T น้อยที่สุดจึงเป็น

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{\frac{1}{18} m(A^2 + B^2)}{m}} \\ &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \sqrt{(A^2 + B^2)} \end{aligned}$$

เมื่อแทนค่าความยาวฐาน (A) และความสูง (B) ของแผ่นอะคริลิกรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ใช้ในการทดลองลงไป คือ $A = 0.400$ เมตร และ $B = 0.300$ เมตร จะได้ค่า $d = 0.1179$ เมตร หรือประมาณ 11.79 เซนติเมตร

บนแผ่นอะคริลิกรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ถูกเจาะรูเป็นระยะๆ 5.00 เซนติเมตร จำนวน 5 รู ตามแนวที่วัดจากจุดยอดที่ไกลที่สุด ไปยังจุดศูนย์กลางมวล

รูเจาะที่ 1 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 25.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 2 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 20.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 3 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 15.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 4 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 10.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 5 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 5.00 เซนติเมตร

ซึ่งพบว่า ค่า $d = 11.79$ เซนติเมตร เป็นตำแหน่งที่อยู่ระหว่างรูเจาะที่ 3 และ 4 โดยอยู่ใกล้กับตำแหน่งรูเจาะที่ 4 มากกว่ารูเจาะที่ 3 แนวโน้มของค่า T จึงต่ำสุด ณ ตำแหน่งรูเจาะที่ 4 ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการทดลอง

$$\text{ในกรณีของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว } I_{Z_{CM}} = \frac{1}{18} m(A^2 + B^2)$$

ระยะ d ที่ทำให้ T น้อยที่สุดจึงเป็น

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{\frac{1}{18} m(A^2 + B^2)}{m}} \\ &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \sqrt{(A^2 + B^2)} \end{aligned}$$

เมื่อแทนค่าความยาวฐาน (A) และความสูง (B) ของแผ่นอะคริลิกรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่ใช้ในการทดลองลงไป คือ $A = 0.30$ เมตร และ $B = 0.36$ เมตร จะได้ค่า $d = 0.1104$ เมตร หรือประมาณ 11.04 เซนติเมตร

บนแผ่นอะคริลิกรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ถูกเจาะรูเป็นระยะทุก ๆ 4.00 เซนติเมตร จำนวน 5 รูตามแนวที่วัดจากจุดยอดที่ไกลที่สุด ไปยังจุดศูนย์กลางมวล

รูเจาะที่ 1 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 20.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 2 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 16.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 3 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 12.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 4 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 8.00 เซนติเมตร

รูเจาะที่ 5 : อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลออกไป 4.00 เซนติเมตร

ซึ่งพบว่า ค่า $d = 11.04$ เซนติเมตร เป็นตำแหน่งที่อยู่ระหว่างรูเจาะที่ 3 และ 4 โดยอยู่ใกล้กับตำแหน่งรูเจาะที่ 3 มากกว่ารูเจาะที่ 4 แนวโน้มของค่า T จึงต่ำสุด ณ ตำแหน่งรูเจาะที่ 3 ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการทดลอง



ภาคผนวก ข
ตัวอย่างตารางบันทึกผลการทดลอง

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตัวอย่างตารางบันทึกผลการทดลองการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ (ยกตัวอย่างเฉพาะแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

ตำแหน่งที่	ระยะ d (เมตร)	ครั้งที่	จำนวนรอบ	เวลาที่ใช้ (วินาที)	คาบ (วินาที)	คาบเฉลี่ย (วินาที)	ค่า $I_{Z_{CM}}$ จากการทดลอง (กิโลกรัม·เมตร ²)	ค่า $I_{Z_{CM}}$ จากสูตรทางทฤษฎี (กิโลกรัม·เมตร ²)	Error (%)
1	1	20
		2	20
		3	20
		4	20
		5	20
2	1	20
		2	20
		3	20
		4	20
		5	20

ตัวอย่างตารางบันทึกผลการทดลองการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ (ยกตัวอย่างเฉพาะแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า) (ต่อ)

ตำแหน่งที่	ระยะ d (เมตร)	ครั้งที่	จำนวนรอบ	เวลาที่ใช้ (วินาที)	คาบ (วินาที)	ความเฉลี่ย (วินาที)	ค่า $I_{Z_{CM}}$ จากการทดลอง (กิโลกรัม·เมตร ²)	ค่า $I_{Z_{CM}}$ จากสูตรทางทฤษฎี (กิโลกรัม·เมตร ²)	Error (%)
3	1	การแกว่ง (รอบ)
		2	20
		3	20
		4	20
		5	20
4	1	การแกว่ง (รอบ)
		2	20
		3	20
		4	20
		5	20

ตัวอย่างตารางบันทึกผลการทดลองการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ (ยกตัวอย่างเฉพาะแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า) (ต่อ)

ตำแหน่งที่	ระยะ d (เมตร)	ครั้งที่	จำนวนรอบ	เวลาที่ใช้ (วินาที)	คาบ (วินาที)	คาบเฉลี่ย (วินาที)	ค่า $I_{Z_{CM}}$ จากการทดลอง (กิโลกรัม-เมตร ²)	ค่า $I_{Z_{CM}}$ จากสูตรทางทฤษฎี (กิโลกรัม-เมตร ²)	Error (%)
1			20
2			20
3			20
4			20
5			20

ตัวอย่างตารางบันทึกผลแสดงคาบเฉลี่ยที่เกิดจากการแกว่งที่ตำแหน่งที่ทำให้โมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าเป็นสองเท่าของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล
เทียบกับคาบเฉลี่ยที่เกิดจากการแทนค่าวิกฤตลงในสมการพหุนาม (ยกตัวอย่างเฉพาะแผ่นบางรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า)

รูปทรง	ระยะ d_T (เมตร)	ครั้งที่	จำนวน	เวลา	คาบ	คาบเฉลี่ย	ระยะ	สมการความสัมพันธ์ของ	คาบเฉลี่ย	ความแตกต่าง
			รอบ (รอบ)	(วินาที)	(วินาที)	$[T_{\text{MIN-THEORY}}]$ (วินาที)	d_C (เมตร)	T_{AV} กับ d_C	$[T_{\text{MIN-CRISIS}}]$ (วินาที)	ระหว่าง $[T_{\text{MIN-CRISIS}}]$ กับ $[T_{\text{MIN-THEORY}}]$ (วินาที)
1			20
2			20
3			20
4			20
5			20
สี่เหลี่ยม ผืนผ้า	0.1443									